

Du plaisir de faire des mathématiques

Lycée Lurçat, Perpignan, 22 Septembre 2017

L'exposition que vous voyez ici, a déjà visité une quarantaine de villes en Europe (dont Berlin où elle a été inaugurée en Juillet 2016, Bonn, Rome, Clermont-Ferrand, Marseille, Londres, Oxford, ...Cambridge), et dans le monde (Melbourne en Australie, Bogotá en Colombie, Quito en Equateur...) avant d'être présentée à Perpignan. Jusqu'à présent, ce sont surtout des universités qui l'ont accueillie, aussi le Lycée Lurçat est à ma connaissance, le premier établissement d'enseignement secondaire à la présenter, ceci grâce à Nadia Tonji et ses collègues. Qu'ils en soient chaleureusement remerciés. Vous initiez là un nouveau périple de l'exposition dans le secondaire : une version allemande de l'exposition sera prochainement présentée au lycée Heinrich Hertz de Berlin.

J'ai à plusieurs reprises voyagé avec une version portable de l'exposition (qui pèse 8 kg), ce qui m'a permis de l'exposer lors de conférences auxquelles j'ai participé. Il est un pays que je visite régulièrement et où je ne l'ai pas encore amenée. Permettez-moi de relater une anecdote rapportée de mon dernier séjour en Chine au mois d'août dernier.

De quoi parlez-vous ? me demande Su Zhu, alors que Bin et moi sortons du bureau en discutant de nos dernières conclusions, la veille de nos départs respectifs. Il est 11h30 et Su Zhu, âgé de 7 ans, le fils de mon collègue Zhang Bin, nous attend pour aller déjeuner au restaurant universitaire. Mon séjour à l'université de Se Chuan, dans la grande ville de Chengdu se termine après deux semaines d'intense travail avec Bin. *On vient de mettre un théorème au four* lui dis-je en riant ! *Un quoi ?* demande Su Zhu. *Un résultat mathématique, il sera peut-être prêt lorsqu'on reviendra du déjeuner...* Su Zhu, incrédule, insiste : *il aura quel goût ? Un peu épicé...on verra au retour...* lui dis-je, sachant que Su Zhu, contrairement à son père, apprécie les plats épicés. Son père sourit en silence. Le repas terminé, de retour au bâtiment de mathématiques, Su Zhu m'interroge à nouveau...*alors il est prêt ? Pas encore tout à fait* lui dis-je. *Il nous faut être patients.* Su Zhu, peu rancunier, part vaquer à ses occupations dans le bureau voisin.

Les mathématiques ne brûlant pas, on ne court aucun risque en les oubliant dans le four ! Mais elles n'ont de saveur que pour qui a développé un goût pour cette discipline, ce qui ne se fait pas sans effort, un peu comme le plaisir de nager ne s'acquiert qu'au prix d'un apprentissage parfois laborieux des mouvements de base de la natation. Il est donc souvent difficile de communiquer le plaisir de faire des mathématiques réputées ardues et abstraites.

C'est leur abstraction qui les rend universelles, me permettant de discuter (en anglais) de mathématiques avec Zhang Bin malgré nos formations si différentes, lui ayant suivi un cursus universitaire en Chine et moi en France, dans deux domaines différents des mathématiques, lui en géométrie algébrique, moi en analyse. Nous avons récemment passé deux semaines à discuter de mathématiques, environ 6 heures par jour, le plus souvent au tableau, en exposant à tour de rôle nos idées encore vagues ou dans le meilleur des cas en faisant des propositions concrètes vers la formulation d'un résultat.

Ces intenses discussions et périodes de travail en commun serviront à alimenter un an de travail solitaire sur chacun de nos continents, ponctué de nombreux échanges de courriers électroniques et de quelques conversations sur skype, aboutissant éventuellement à la rédaction d'articles de recherche. Il nous faut en moyenne deux ans pour rédiger un article, dont la rédaction finale est l'aboutissement de nombreuses versions intermédiaires. Comme cela s'est produit chaque année depuis environ 6 ans, nous prévoyons de nous réunir à nouveau dans un an pour échanger de vive voix, dans le meilleur des cas à trois, puisque cette année manquait le troisième comparse Li Guo, qui ne pouvait se libérer au mois d'août.

Comme Su Zhu, curieux de savoir de quoi son père et moi parlions avec tant d'animation, la photographe de l'exposition, Noel Matoff, présente lors des entrevues, a été intriguée par l'enthousiasme que manifestaient les protagonistes de cette exposition lorsqu'elles me racontaient leurs mathématiques. Chacune des mathématiciennes ici exposée a été photographiée pendant et après une séance de « math » durant laquelle elle m'expliquait à moi profane dans son domaine, le résultat dont elle était le plus fière. Noel se tenait en retrait, attendant le moment opportun pour prendre une photo.

Noel a reconnu dans ces séances d'échanges mathématiques, le même enthousiasme que manifeste sa sœur Matina Matoff, sage-femme de profession, lorsqu'elle lui relate son expérience d'assistance aux accouchements. Malgré les quelques 2500 naissances qu'elle a accompagnées, chaque accouchement est unique et provoque chez Matina un sentiment d'émerveillement sans cesse renouvelé., comme vous pourrez le constater dans l'entrevue qu'elle nous a accordée pour le catalogue de l'exposition. C'est aussi un plaisir sans cesse renouvelé de la découverte mathématique qui traverse l'exposition, dont les treize protagonistes revendiquent l'immense joie de faire des mathématiques malgré les obstacles-certains majeurs, comme la guerre pour la serbe Dusanka Perisic- rencontrés sur le chemin de leurs découvertes, grandes ou petites. Un plaisir de la recherche aussi partagé par une compositrice Elena Mendoza, professeur à l'université des Arts de Berlin, dont vous pourrez trouver une entrevue dans le catalogue.

On s'étonne moins de la juxtaposition d'une entrevue d'une mathématicienne et d'une compositrice que de celle d'une mathématicienne et d'une sage-femme. En effet, depuis l'Antiquité des liens étroits ont été établis entre mathématique et musique, à commencer par Platon (Athènes 427 avant JC – 348 avant JC), qui dès le 5^{ème} siècle avant J.-C. a dégagé des structures mathématiques sous tendant la production de sons qu'il a ensuite développées. Selon la légende, Pythagore aurait découvert l'existence d'une correspondance entre les nombres et les sons lors d'une promenade aux alentours d'une forge. Écoutant le martèlement des enclumes, il remarque que les sons obtenus forment entre eux des intervalles qui lui sont familiers. De plus, il constate que les différences sonores sont proportionnelles non à la force du forgeron ou à la forme de ses outils, mais aux poids des marteaux. De retour chez lui, il tente l'expérience à l'aide d'une corde tendue sur deux chevalets, le monocorde, qu'il divise en deux parties. Il fait vibrer la moitié de la corde, et obtient un son plus aigu d'une octave que le son initial. La même expérience faite avec les deux tiers de la corde, puis les trois quarts, lui donne un son haussé d'une quinte puis d'une quarte.

C'est aussi à Platon qu'on doit le rapprochement entre raisonnement mathématique et mise au monde. On appelle maïeutique l'art de faire accoucher, terme aussi employé par Platon pour décrire l'art de faire accoucher l'esprit. De fait, Platon dont la mère était sage-femme, établissait une analogie entre le métier de sa mère et l'art de faire accoucher d'un raisonnement, y compris un raisonnement mathématique. Son porte-parole, Socrate, faisait accoucher son interlocuteur d'un résultat mathématique, en le questionnant pour qu'il découvre, en lui, ce qu'il savait et ce qu'il croyait. Selon Platon, l'esprit humain, pour ainsi dire gros de vérités, découvre par lui-même ce qu'il peut et doit savoir, pour peu qu'on sache le conduire et le stimuler. Socrate prétendait faire appel à la spontanéité de son auditeur, à son initiative, en l'acheminant doucement, par petites transitions, à l'opinion qu'il voulait lui faire admettre.

Je vous propose d'en juger par vous-même. Dans le Ménon de Platon par exemple, Socrate fait appeler un jeune esclave et par questionnement maïeutique l'amène à se souvenir du théorème de Pythagore. Essayez de vous mettre à la place du jeune esclave en tentant de répondre avec lui aux questions de Socrate.

Socrate :

Dis-moi mon enfant, sais-tu que ceci est un espace carré ?

L'esclave :

Oui

Socrate :

L'espace carré n'est-il pas celui qui a les quatre lignes que voilà toutes égales ?

L'esclave :

Oui

Socrate :

N'a-t-il pas encore ces autres lignes tirées par le milieu égales ?

L'esclave :

Oui

Socrate :

Ne peut-il pas y avoir un espace semblable plus grand ou plus petit ?

L'esclave :

Sans doute

Socrate :

Si donc ce côté était de deux pieds, et cet autre aussi de deux pieds, de combien de pieds serait le tout ?

Considère la chose de cette manière. Si ce côté était de deux pieds, et celui-là d'un pied seulement, n'est-il pas vrai que l'espace serait d'une fois deux pieds ?

L'esclave :

Oui

Socrate :

Mais comme ce côté-là est de deux pieds, cela ne fait-il pas deux fois deux ?

L'esclave :

Oui

Socrate :

L'espace devient donc de deux fois deux pieds ?

L'esclave :

Oui

Socrate :

Combien font deux fois deux pieds ? Fais-en le compte et dis-le moi.

L'esclave :

Quatre, Socrate

Socrate :

Ne pourrait-on pas faire un espace double de celui-ci, et tout semblable, ayant comme lui toutes ses lignes égales ?

L'esclave :

Oui

Socrate :

Combien aurait-il de pieds ?

L'esclave :

Huit.

Socrate :

Allos, tâche de me dire de quelle grandeur sera chaque ligne de cet autre carré. Celles de celui-ci sont de deux pieds ; celles du carré double de combien seront-elles ?

L'esclave :

Il est évident Socrate, qu'elles seront doubles.

Socrate :

Tu vois Ménon, que je ne lui apprends rien de tout cela, je ne fais que l'interroger. Il s'imagine à présent savoir quelle est la ligne dont doit se former l'espace de huit pieds. Ne te semble-t-il pas ?

Ménon :

Oui.

Socrate :

Le sait-il ?

Ménon :

Non, assurément.

Socrate :

Mais il croit qu'il se forme d'une ligne double ?

Ménon :

Oui.

Socrate :

Observe comment la mémoire va lui revenir successivement.

[Se tournant vers l'esclave.] Réponds-moi toi. Ne dis-tu point que l'espace double se forme de la ligne double ? Je n'entends point par là un espace long de ce côté-ci et court de ce côté-là : mais il faut qu'il soit égal en tous sens comme celui-ci, et qu'il en soit double, c'est-à-dire de huit pieds. Vois si tu juges encore qu'il se forme de la ligne double.

L'esclave :

Oui.

Socrate :

Si nous ajoutons à cette ligne une ligne aussi longue, la nouvelle ligne ne sera-t-elle double de la première ?

L'esclave :

Sans contredit.

Socrate :

C'est donc de cette ligne, dis-tu, que se formera l'espace double si on en tire quatre semblables ?

L'esclave :

Oui.

Socrate :

Tirons-en quatre pareilles à celle-ci. N'est-ce pas là ce que tu appelles l'espace de huit pieds ?

L'esclave :

Oui.

Socrate :

Dans ce carré, ne s'en trouve-t-il pas quatre égaux chacun à celui-ci qui est de quatre pieds ?

L'esclave :

Oui.

Socrate :

De quelle grandeur est-il donc ? N'est-il pas quatre fois aussi grand ?

L'esclave :

Sans doute.

Socrate :

Mais ce qui est quatre fois aussi grand est-il double ?

L'esclave :

Non, par Zeus !

Socrate :

De combien donc est-il ?

L'esclave :

Quadruple .

Socrate :

Ainsi mon enfant, de la ligne double il ne se forme pas un espace double mais quadruple.

L'esclave :

Tu dis vrai.

Socrate :

Car quatre fois quatre font seize, n'est-ce pas ?

L'esclave :

Oui.

Socrate :

De quelle ligne se forme donc l'espace de huit pieds ? L'espace quadruple ne se forme-t-il point de celle-ci ?

L'esclave :

J'en conviens.

Socrate :

Et l'espace de quatre pieds ne se forme-t-il point de celle-là qui est la moitié de l'autre ?

L'esclave :

Oui.

Socrate :

Soit. L'espace de huit pieds n'est-il pas le double de celui-ci, et la moitié de celui-là ?

L'esclave :

Sans doute.

[.....Le questionnement se prolonge, Socrate expliquant pourquoi la solution intermédiaire d'une longueur de 3 pieds proposée par le jeune esclave, n'est pas satisfaisante.]

Socrate :

Cette ligne qui va d'un angle à l'autre, ne coupe-t-elle pas en deux chacun de ces espaces ?

L'esclave :

Oui

Socrate :

Ne voilà-t-il pas quatre lignes égales qui renferment cet espace ?

L'esclave :

Cela est vrai.

Socrate :

Vois quelle est la grandeur de cet espace.

L'esclave :

Je ne le saisis pas.

Socrate :

De ces quatre espaces, cette ligne n'a-t-elle pas séparé en dedans la moitié de chacun ? N'est-il pas vrai ?

L'esclave :

Oui.

Socrate :

Combien y a-t-il d'espaces semblables dans celui-ci ?

L'esclave :

Quatre.

Socrate :

Et dans celui-là, combien ?

L'esclave :

Deux.

Socrate :

Quatre qu'est-il par rapport à deux ?

L'esclave :

Double

Socrate :

Combien de pieds a donc cet espace ?

L'esclave :

Huit pieds.

Socrate :

De quelle ligne est-il formé ?

L'esclave :

De celle-ci.

Socrate :

De la ligne qui va d'un angle à l'autre de l'espace de quatre pieds ?

L'esclave :

Oui.

Socrate :

Les savants appellent cette ligne diamètre. Ainsi, supposé que ce soit là son nom, l'espace double, esclave de Ménon, se formera, comme tu dis, du diamètre.

On peut résumer la méthode de Socrate par ces trois étapes : accompagnement de la découverte par analogie, révolte du disciple et réfutation des conclusions fausses qui sont "aporétiques" c'est-à-dire des impasses dans le raisonnement (du grec "aporia", impasse, difficultés).

Je terminerai sur une question : vous semble-t-il que Socrate enseigne au jeune esclave l'art de faire des mathématiques et ce faisant, lui communique-t-il le plaisir de faire des mathématiques ?

Sylvie Paycha

à Perpignan, le 22 Septembre 2017